الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية
المدة : 03 ساعات
المعامل : 05

تمرين 1 (06 نقط)

$P(z)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ حيث :

$P(x)=z^3+(7-4i)z^2+(9-16i)z-9-21i$.

1) أثبت أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا حقيقيا z_0 يطلب تعيينه .

2) اكتب $P(z)$ على الشكل $P(z)=(z-z_0)(z^2+bz+c)$

3) احسب $(2-i)^2$ ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

4) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B و C ثلاث نقط من هذا المستوي لواحقها على الترتيب -3 ; i و $-4+3i$.عين إحداثيتي G مرجح النقط A ، B و C المرفقة على الترتيب بالمعاملات 2 ، 1 و 1-

5) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-6$.

تمرين 2 (04 نقط)

صندوق يحتوي على 8 قريصات صفراء و15 حمراء غير مميزة باللمس. نسحب عشوائيا على التوالي ودون إرجاع قريصتين من الصندوق .

1-احسب احتمال الحادثة : E "القريصة المسحوبة الأولى صفراء"

2- نكرر سبعة مرات هذه التجربة،و بعد كل تجربة نرجع القريصتين إلى الصندوق . ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة المتمثلة في عدد وقوع الحادثة E خلال التجارب السبعة.

أ* احسب احتمال الحادثة A " الحادثة E تقع بالضبط 3 مرات"

ب* احسب احتمال الحادثة B " الحادثة E تقع 6 مرات على الأقل"

تمرين3 (06 نقط)

1. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x^2+3-2\ln x$$

أ) ادرس اتجاه تغييرات الدالة g .

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}$$

C تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ج) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ليكن D المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ ، احسب $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(f(x) - \frac{1}{2}x\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ه) أنشئ المستقيم D والمنحنى C الممثل للدالة f .

تمرين 4 **(04 نقط)**

لتكن $A;B;C$ ثلاثة نقط من الفضاء ليست على استقامة واحدة و ليكن k عدد حقيقي حيث $k \in [-1;+1]$. نضع G_k مرجح الجملة : $\{(A;k^2+1),(B;k),(C;1-k)\}$.

1) مثل النقط $C;B;A$ و I منتصف $[BC]$ ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_{-1} .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي k من المجال $[-1;+1]$ فإن : $\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$.

*** اكتب جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $[-1;+1]$ كما يلي : $f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$.**

*** استنتج مجموعة النقط G_k لما k يمسح المجال $[-1;+1]$.**

الحلول النموذجية

التمرين 1

) نعلم أن $z_0^3+(7-4i)z_0^2+(9-16i)z_0-9-12i=0$ و منه

$$\begin{cases} z_0^3+7z_0^2+9z_0-9=0....(1) \\ -4z_0^2-16z_0-12=0....(2) \end{cases}$$

و منه $z_0=-3$. ومنه $P(z)=(z+3)(z^2+bz+c)$ ، ننشر و بالمطابقة نجد : $b=4-4i$ و $c=-3-4i$.

نضع $z^2+4(1-i)z-3-4i=0$ و $\Delta'=(2-i)^2$ و منه $z_1=i$ و $z_2=-4+3i$.

جذور $P(z)$ هي $-3\ ;\ i\ ;\ -4+3i$.

2) أ) $(2+1-1)\overrightarrow{OG}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$ إذن $2z_G=2z_A+z_B-z_C$ و منه $Z_G=-1-i$.

و ومنه $\overrightarrow{OG}=-\vec{i}-\vec{j}$

ب) ليكن $\Gamma=\{M\in(p):2MA^2+MB^2-MC^2=-6\}$ نكتب :

$$2MA^2+MB^2-MC^2=2MG^2+2\left[\overrightarrow{MG}\left(2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}\right)\right]+2GA^2+GB^2-GC^2=-6$$

و منه $\overrightarrow{OG}=-\vec{i}-\vec{j}$

و بما أن $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ و $GA^2=5\ ;\ GB^2=5\ ;\ GC^2=25$ فإن :

$(\Gamma)=\{M\in(P)/MG^2=2\}$ و منه (Γ) هي الدائرة التي مركزها G و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$.

- $P(E)=\dfrac{8}{23}$ ، 2 أ $P(A)=P(X=3)=\binom{7}{3}\times\left(\dfrac{8}{23}\right)^3\times\left(\dfrac{15}{23}\right)^4\approx 0.2664$

2 ب $P(B)=P(X\geq 6)=P(X=6)+P(X=7)=\binom{7}{6}\times\left(\dfrac{8}{23}\right)^6\times\left(\dfrac{15}{23}\right)+\binom{7}{7}\times\left(\dfrac{8}{23}\right)^7\approx 0.0087$

التمرين 3:

1. أ) لدينا : $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(2x+\dfrac{3}{x}-\dfrac{2\ln x}{x}\right)=+\infty$

$$g'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x^2-1)}{x}=\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$

نلاحظ بسهولة أن $g'(x)$ له إشارة $(x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$.

و منه جدول تغيرات الدالة g .

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

ب) من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أن $g(x)$ موجب تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2. أ) من $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$ ينتج أن $f'(x)$ له إشارة $g(x)$ ، وهذا يعني أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\ln x}{x} - \frac{x^2-1}{2x}\right) = -\infty$

ومنه المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب للمنحنى C.

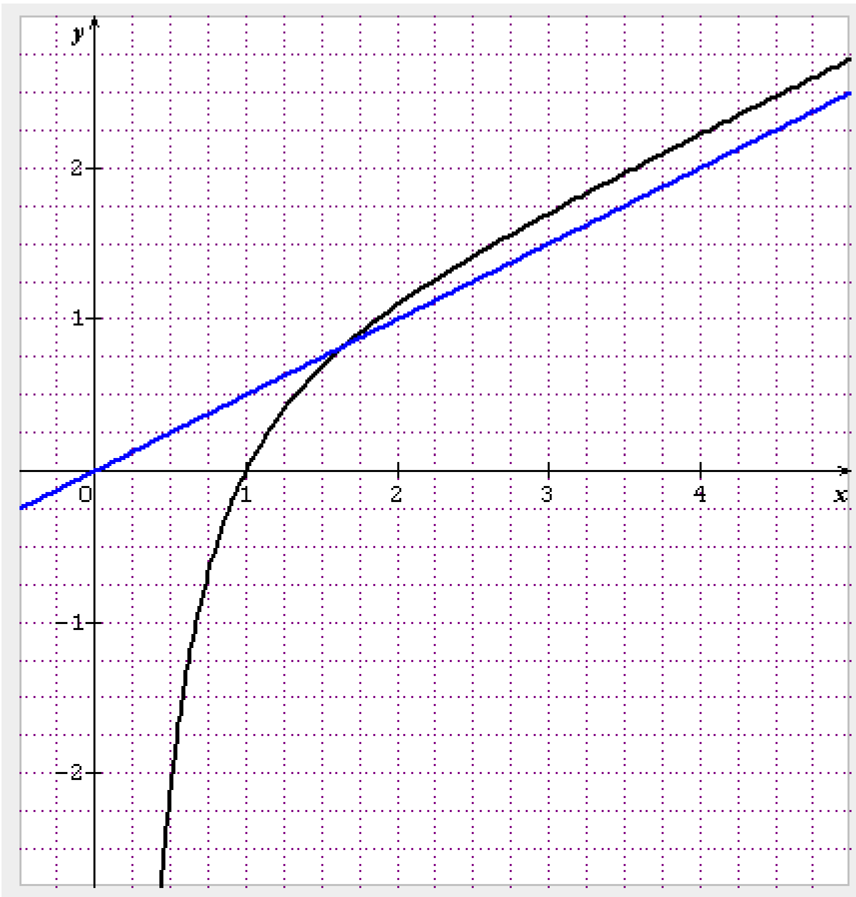
ج) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty}\left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{2x}\right) = 0$ و هذا يعني أن D مستقيم مقارب للمنحنى C.

د) جدول تغيرات الدالة f.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

ه)



التمرين 4

* **لدينا فرضا :** $2\overrightarrow{G_1A} + \overrightarrow{G_1B} - \overrightarrow{G_1C} = \vec{0}$ **و نكتب** $2\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} = \vec{0}$ **حيث** J **مرجح الجملة**

$\{(A;2),(B;1)\}$ و منه $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ إذن $3\overrightarrow{G_1J}-\overrightarrow{G_1C}=\vec{0}$ و منه $\overrightarrow{JG_1}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{JC}$ **.**

* **لدينا فرضا :** $2\overrightarrow{G_{-1}A}-\overrightarrow{G_{-1}B}+\overrightarrow{G_{-1}C}=\vec{0}$ **و** L **مرجح الجملة** $\{(A;1),(B;-1)\}$ **أي**
$\overrightarrow{LA}-\overrightarrow{LB}=\vec{0}$ **و منه** $\overrightarrow{AL}=-\overrightarrow{AB}$ **و منه** $\overrightarrow{G_{-1}L}+\overrightarrow{G_{-1}C}=\vec{0}$ **و هذا يعني أن** G_{-1} **منتصف** $[LC]$

.

2) G_k **مرجح الجملة :** $\{(A;k^2+1),(B;k),(C;1-k)\}$ **معناه**

$$(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}+k\overrightarrow{G_kB}-k\overrightarrow{G_kC}=\vec{0}$$

أي $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}+k\overrightarrow{G_kA}+k\overrightarrow{AB}-k\overrightarrow{G_kA}-k\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ **و منه**

$$(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}+k\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}$$

و منه $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}=-k\overrightarrow{CB}$ **أي :** $\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$ **.**

* $f(x)=\frac{-x}{x^2+1}$ **و منه**

$$f'(x)=\frac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$$

نستنتج أنه لما k **يمسح المجال** $[-1;+1]$

فإن $\left(\frac{-k}{k^2+1}\right)$ **يمسح المجال** $\left[-\frac{1}{2};+\frac{1}{2}\right]$

x	**-1**	**1+**
$f'(x)$		**-**
$f(x)$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

و بالتالي مجموعة النقط G_k **لما** k **يمسح المجال** $[-1;+1]$ **هي القطعة** $[G_1G_{-1}]$ **.**