الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (04 نقاط)

1- أحسب $(\sqrt{3}-i)^2$

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $2Z^2-(\sqrt{3}+3i)Z-1+\sqrt{3}\,i=0$.

ليكن Z_1 ، Z_2 حلي المعادلة (E) بحيث الجزء الحقيقي لـ Z_2 موجب تماما

أ- اكتب على الشكلين الجبري والمثلثي كل من Z_1 و Z_2 .

ب- بين أن لكل عدد طبيعي فردي n يكون: $Z_1{}^{6n}+Z_2{}^{6n}+2=0$.

3- لتكن M_1 و M_2 صورتي العددين المركبين Z_1 ، Z_2 على الترتيب في المستوي المركب وليكن S التشابه الذي مركزه $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{3}{2}i\right)$ ويحول M_1 إلى M_2. عين العناصر المميزة للتشابه S .

التمرين الثاني (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=3\ln x-(\ln x)^2$، وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

بين أن المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C) .

1- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أحسب $f'(x)$ ، حيث f' الدالة المشتقة للدالة f .

3- حل في $]0,+\infty[$ المعادلة $3-2\ln x=0$ ثم المتراجحة $3-2\ln x>0$ مستنتجا إشارة $f'(x)$.

4- اكتب جدول تغيرات الدالة f .

5- حل في $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا .

6- أنشئ المنحنى (C) .

التمرين الثالث (03,5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيم (Δ) المعرف بـ : $\begin{cases} x=\lambda-1 \\ y=\lambda+1 \\ z=2 \end{cases}$

, $(\lambda\in\mathbb{R})$.

1- لتكن النقطة : $A(0;1;3)$

أ- بين أن A لا تنتمي إلى (Δ).

ب- (Q) المستوي الذي يشمل A و يعامد (Δ) .

عين إحداثيات النقطة B , نقطة تقاطع (Q) و (Δ) .

جـ- أحسب عندئذ المسافة بين A و (Δ) .

2- ليكن (π) المستوى الذي يشمل A ويحوي (Δ) .

- عين تمثيلا ديكارتيا لـ (π) .

<u>التمرين الرابع (03 نقاط) :</u> المطلوب اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مبررا الاختيار.

	أ	ب	ج
التكامل $\int_{-2}^{2}\frac{x^2}{4}dx$ يساوي	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{4}{3}$
إذا كان S الحيز المستوي المعرف بـ: $a\le x\le b$ و $0\le y\le f(x)$ مع فإن: $S=1$	$a=-1$ و $b=0$ و $f(x)=e^x$	$a=1$ و $b=e$ و $f(x)=\frac{1}{x}$	$a=0$ و $b=\frac{\pi}{4}$ و $f(x)=\tan x$
لتكن $f(x)=8x^3+1$ ، الدالة الأصلية لـ f التي تنعدم من أجل $x=1$ معرفة بـ :	$F(x)=x^4+1$	$F(x)=2x^4+x-3$	$F(x)=3x^4+1$

<u>التمرين الخامس (03,5 نقاط)</u>

يريد تلاميذ قسم مكون من 10 ذكور و 6 إناث أن يكونوا لجنة من 3 أفراد لتمثيلهم في مسابقة دراسية (نفترض أن كل التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار).

1- ما هو عدد اللجان الممكنة ؟

2- لتكن الحادثة E : " أعضاء اللجنة من نفس الجنس " .

أ- أحسب احتمال الحادثة E .

ب- استنتج احتمال الحادثة F : " أعضاء اللجنة من الجنسين معا " .

3- نفترض أنه من بين تلاميذ القسم يوجد التلميذ A وأخته التلميذة B .

- ما هو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا, وأن لا يتواجد بها التلميذ A والتلميذة B في آن واحد .

4- ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الإناث المتواجدة باللجنة.

- حدد قانون احتمال X .

- أحسب الأمل الرياضي : $E(X)$.

انتهى

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول (04 نقط)

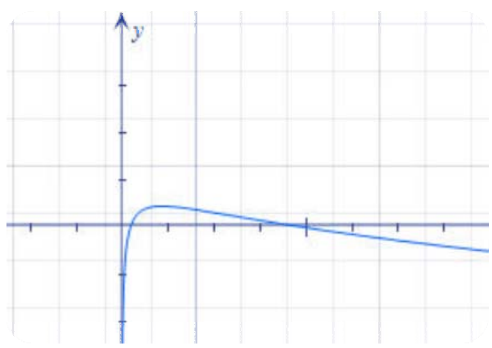
1- $(\sqrt{3}-i)^2 = 2-2\sqrt{3}\,i$	0.5
2- أ- الحلان هما : $Z_1 = i$ ، $Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$	0.5
ب- $Z_1 = \left[1 , \frac{\pi}{2}\right]$ ، $Z_2 = \left[1 , \frac{\pi}{6}\right]$	0.5
جـ - $Z_1^{6n} = -1$ ، $Z_2^{6n} = -1$ لأن n فردي	0.5
$Z_1 + Z_2 + 2 = 0$	0.5
3- لدينا : $\omega M_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، $\omega M_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	0.5
ومنه : $\frac{\omega M_2}{\omega M_1} = 2$	0.5
$\left(\overrightarrow{\omega M_1} ; \overrightarrow{\omega M_2}\right) = \frac{\pi}{3}$	0.5

التمرين الثاني (06 نقط)

1) $D_f =]0 ; +\infty[$ ، $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$	0.5
2) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ ومنه $x = 0$ م مستقيم مقارب لـ (C)	0.5
3) $f'(x) = \frac{1}{3}(3-2\ln x)$	0.5
4) $3-2\ln x = 0$ معناه $x = e^{\frac{3}{2}} = e\sqrt{e}$	0.5
$3-2\ln x > 0$ معناه $0 < x < e\sqrt{e}$	0.5
إشارة $f'(x)$	0.5
5) جدول تغيرات f :	1

x	0	$e\sqrt{e}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$\frac{9}{4}$	↘ $-\infty$

6) $f(x) = 0$ معناه : $\ln x .[3-\ln x] = 0$ ومنه : $x = 1$ أو $x = e^3$.	0.5
7) التفسير الهندسي : (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $M_1(1 , 0)$ ، $M_2(e^3 , 0)$...........	0.5
8) الرسم	1



التمرين الثالث (03,5 نقط)

1- أ- $A \in (\Delta)$ (بالتعويض المباشر)...	0.5
ب- $\vec{U}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (Δ) إذن $\vec{U}$ شعاع ناظم لـ (Q)...................................	0.5
ومنه : $(Q): x + y + \lambda = 0$..	0,50.25
بما أن : $A \in (Q)$ إذن : $\lambda = -1$..	0.25
وعليه : $(Q): x + y - 1 = 0$	
$B(x, y, z) \in (Q) \cap (\Delta)$ معناه : يوجد $\propto \in \mathbb{R}$ بحيث : $\begin{cases} x = \propto - 1 \\ y = \propto + 1 \\ z = 2 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$	0.25
....	0.25
ومنه $\propto = -1$..	0.25
إذن : $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\right)$ هي نقطة التقاطع..	0.25
جـ - المسافة بين A وَ (Δ) هي $AB = \frac{\sqrt{6}}{2}$..	0.5
-2	
$(\pi): x - y - z + 4 = 0$...	

التمرين الرابع (03 نقط) :

الإجابات الصحيحة هي: 1) الإجابة ج 2) الإجابة ب 3) الإجابة ب.

تمنح نقطة واحدة لكل إجابة صحيحة مع التبرير

التمرين الخامس (03,5 نقط)

1- عدد اللجان الممكنة هو $C_{16}^{3} = 560$...	0.25
2- أ- $P(E) = \frac{C_{10}^{3} + C_{6}^{3}}{C_{16}^{3}} = \frac{1}{4}$	0.5
ب- $P(F) = 1 - P(E) = \frac{3}{4}$...	0.5
3- احتمال أن تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا وأن لا يتواجد A و B بها في نفس الوقت :	
G " تتضمن الخلية A و B في نفس الوقت "...	0.25
الاحتمال المطلوب هو : $P(F \cap \bar{G})$...	0.25
نعلم أن : $F = (F \cap G) \cup (F \cap \bar{G})$...	0.25
$(F \cap \bar{G})$ و $(F \cap G)$ غير متلائمين...	0.5
$P(F) = (F \cap G) + (F \cap \bar{G})$	0.5
.. $P(F \cap \bar{G}) = P(F) - P(F \cap G)$	0.5
$= \frac{29}{40}$	