

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

التمرين الخامس

1 نعتبر النقطتان B, D و إمتصف القطعة [DA] ولتكن نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة

$$\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = MI^2 - MA^2$$

استنتج مجموعة النقط S التي تحقق $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$.

2 في مستوي منسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط D, C, B, A حيث

$$A(3,0,0) B(0,6,0) C(0,0,4) D(-5,0,1)$$

• بين ان $\vec{n}(4,2,3)$ هو الشعاع الناطمي للمستوي ABC

• استنتج المعادلة الديكارتيّة للمستوي ABC

3 اعطي التمثيل الوسيطى للمستقيم Δ اذى يعامد المستوي ABC ويشمل النقطة D

• استنتج احداثيات النقطة H مسقط العمودي للنقطة D علي المستوي ABC

• احسب المسافة بين المستوي ABC و النقطة D

• استنتج ان النقطة H تنتمي للمجموعة S المعرفة في السؤال الأول

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

الحل

التمرين الخامس

نعتبر النقطتان $A; D$ و I منتصف القطعة $[AD]$ ولتكن نقطة M معرفة بالعلاقة $\overline{MA} \cdot \overline{MD} = MI^2 - IA^2$

عين مجموعة النقط S المعرفة كما يلي $\overline{MA} \cdot \overline{MD} = 0$

بمأن $\overline{MA} \cdot \overline{MD} = MI^2 - IA^2$ لفإن $\overline{MA} \cdot \overline{MD} = 0$ يعنى $MI^2 - IA^2 = 0$ ومنه $MI^2 = IA^2$ وبالتالي $MI = IA$

إذن مجموعة النقط S هي سطح كرة مركزها I و نصف قطرها $IA = R$

2- في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $D; C; B; A$ حيث

$$D(-5; 0; 1); C(0; 0; 4); B(0; 6; 0); A(3; 0; 0)$$

بين أن $\vec{n}(4; 2; 3)$ هو الشعاع الناظمى للمستوى $(A B C)$

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \quad \vec{n}(4; 2; 3) \text{ هو الشعاع الناظمى للمستوى } (A B C) \text{ يكافىء أن}$$

لدينا $\overline{AB}(-3; 6; 0)$ و $\overline{AC}(-3; 0; 4)$

$$\vec{n} \cdot \overline{AC} = (4; 2; 3) \cdot (-3; 0; 4) \quad \vec{n} \cdot \overline{AB} = (4; 2; 3) \cdot (-3; 6; 0)$$

$$\vec{n} \cdot \overline{AC} = -12 + 0 + 12 \quad \text{ومن جهة} \quad \vec{n} \cdot \overline{AB} = -12 + 12 + 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0 \quad \vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$$

ومنه $\vec{n}(4; 2; 3)$ هو الشعاع الناظمى للمستوى $(A B C)$

المعادلة الديكارتية للمستوى $(A B C)$

المعادلة الديكارتية للمستوى $(A B C)$ من الشكل $4x + 2y + 3z + d = 0$

$$4(3) + 2(0) + 3(0) + d = 0 \quad \text{لدينا } A \in (A B C) \text{ ومنه}$$

$$d = -12$$

ومنه المعادلة الديكارتية للمستوى $(A B C)$ هي $4x + 2y + 3z - 12 = 0$

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

36- التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) الذي يشمل D ويعامد المستوى (A B C)

بمأن للمستقيم (Δ) و يعامد المستوى (A B C) فإن الشعاع الناظمى المستوى (A B C) فهو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ)

ومنه نعتبر النقطة $M(x; y; z)$ من المستقيم (Δ) ومنه التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) من الشكل $\vec{DM} = \vec{n}t \quad / \quad t \in R$

$(Δ) : \begin{cases} x = 4t - 5 \\ y = 2t \\ z = 3t + 1 \end{cases} \quad t \in R$	ومنه التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) من الشكل
--	--

H المسقط العمودى للنقطة D على المستوى (A B C)

بمأن المستقيم (Δ) عمودى على المستوى (A B C) إذن H المسقط العمودى للنقطة D على المستوى (A B C) هي نقطة تقاطع المستوى (A B C) و المستقيم (Δ)

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z - 12 = 0 \\ x = 4t - 5 \\ y = 2t \\ z = 3t + 1 \end{cases} \quad t \in R \quad \text{ومنه نحل الجملة}$$

$$4(4t - 5) + 2(2t) + 3(3t + 1) - 12 = 0$$

$$16t - 20 + 4t + 9t + 3 - 12 = 0$$

$$29t - 29 = 0$$

$$t = 1$$

بالتعويض نجد

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$	ومنه	$\begin{cases} x = 4 - 5 \\ y = 2 \\ z = 3 + 1 \end{cases}$	و بالتعويض قيمة $t=1$ فى التمثيل المستقيم (Δ) نجد
--	------	---	---

إذن إحداثيات H هي **H (-1; 2; 4)**

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

المسافة بين المستوي (A B C) و النقطة D

$$d(A B C ; D) = \frac{|4x_D + 2y_D + 3z_D - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2}}$$
$$d(A B C ; D) = \frac{|4(-5) + 2(0) + 3(1) - 12|}{\sqrt{16 + 9 + 4}}$$
$$d(A B C ; D) = \frac{29}{\sqrt{29}} = \sqrt{29}$$

نستنتج أن النقطة H تنتمي الى المجموعة S

بمأن $I H = \sqrt{29}$ ومنه نستنتج أن H تنتمي الى المجموعة S

تم بحمد الله وفضله

الهم إجله في ميزان حسنات كل من ساهم في هذا العمل و من نشره ونقله وأفاد به غيره أمين