

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

التمرين الثاني

من اجل كل سؤال ، توجد اجابة واحدة صحيحة من الاجابات الثلاث المقترحة . حدد هذه الإجابة مع التبرير:

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$:

نعتبر النقطتين $A(3;1;3)$ ، $B(-6;2;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x + 2y + 2z = 5$.

1 – مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\|4\vec{MA} - \vec{MB}\| = 2$ ، هي:

أ: مستو في الفضاء
 ب: سطح كرة
 ج: مجموعة خالية

2 – احداثيات النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) هي:

أ: $(\frac{11}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3})$
 ب: $(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}; \frac{7}{3})$
 ج: $(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3})$

3 – سطح الكرة التي مركزها النقطة B و نصف قطرها 1:

أ: تقطع المستوي (P) وفق دائرة ب: تمس المستوي (P) في نقطة ج: لا تقاطع مع المستوي (P)

4 – ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A و الذي الشعاع $(1;2;-1)$ شعاع توجيه له و (D') المستقيم الذي تمثله

$$\text{الوسيطي: } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R} , \text{ لدينا:}$$

أ: (D) و (D') متوازيان ب: (D) و (D') متقاطعان ج: (D) و (D') ليسا من نفس المستوي

5 – مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية البعد عن النقطتين A و B ، هي:

$$\text{أ: المستقيم الذي تمثله الوسيط } \begin{cases} x = -\frac{3}{2} - \lambda \\ y = \frac{3}{2} - 7\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$$

ب: المستوي الذي معادلته $9x - y + 2z + 11 = 0$

ج: المستوي الذي معادلته $x + 7y - z - 7 = 0$

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

التمرين الثاني

نعتبر النقط $A(3;13)$; $B(-6;2;1)$ و المستو (p) ذو المعادلة $x + 2y + 2z = 5$

$$\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = 2 \quad \text{1- مجموعة النقط } M \text{ من الفضاء بحيث}$$

نعتبر I مرجح الجملة $\{(A;4);(B;-1)\}$ ومنه $4\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = 0$ إذن

$$\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = 2$$

$$\|4\overrightarrow{MI} + 4\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB}\| = 2$$

$$\|3\overrightarrow{MI} + 4\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}\| = 2$$

$$\|3\overrightarrow{MI}\| = 2$$

$$\|\overrightarrow{MI}\| = \frac{2}{3}$$

وهي سطح كرة مركزها I و نصف قطرها $R = \frac{2}{3}$

لدينا

ومنه الإجابة الصحيحة هي ب

2- إحداثيات H المسقط العمودي للنقطة A على المستو (p) هي

$$\begin{cases} x_H = k + 3 \\ y_H = 2k + 1 \\ z_H = 2k + 3 \end{cases} \quad k \in R \quad \text{ومنه } \overrightarrow{AH} = k\vec{n} \quad \text{لدينا}$$

وبمأن $H \in (p)$ فإن $x_H + 2y_H + 2z_H = 5$

$$k + 3 + 2(2k + 1) + 2(2k + 3) = 5$$

$$k + 3 + 4k + 2 + 4k + 6 = 5$$

$$9k = -6$$

$$k = -\frac{2}{3}$$

إذن

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

$$\left\{ \begin{array}{l} x_H = \frac{7}{3} \\ y_H = -\frac{1}{3} \\ z_H = \frac{5}{3} \end{array} \right. \quad k \in R \quad \text{ومنه} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_H = -\frac{2}{3} + 3 \\ y_H = 2 \left(-\frac{2}{3} \right) + 1 \\ z_H = 2 \left(-\frac{2}{3} \right) + 3 \end{array} \right. \quad k \in R \quad \text{بالتعويض نجد}$$

إذن إحداثيات H هي $H \left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3} \right)$

الإجابة الصحيحة هي ج

3- الأوضاع النسبية لسطح الكرة التي مركزها B ونصف قطرها 1 و المستوى (p)

نحسب المسافة بين B النقطة و المستوى (p)

$$d(p; B) = \frac{|x_B + 2y_B + 2z_B - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}}$$

$$d(p; B) = \frac{|-5|}{\sqrt{1 + 4 + 4}}$$

$$d(p; B) = \frac{5}{\sqrt{9}} \quad \text{لدينا}$$

$$d(p; B) = \frac{5}{3}$$

بمأن $d(p; B) > R$ إذن سطح الكرة و المستوى (p) لا يتقاطعان

الإجابة الصحيحة هي ج

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية

سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء

من إعداد السيد حجاج براهيم

4- (D) مستقيم يمر A من و شعاع $\vec{u}(1;2-1)$ و (D') مستقيم تمثيله الوسيطى

$$(D'): \begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases} \quad t \in R$$

$$(D): \begin{cases} x=3+\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=3-\lambda \end{cases} \quad \lambda \in R \text{ هو } (D) \text{ المستقيم للتمثيل الوسيطى}$$

أولا ندرس التوازى

لدينا لدينا $\vec{u}_{(D)}(2;1;1)$ و $\vec{u}_{(D')}(1;2-1)$

بمأن $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1}$ فإن $\vec{u}_{(D)} \neq k\vec{u}_{(D')}$ ومنه (D') لا يوازى (D)

ثانيا ندرس التقاطع

$$\begin{cases} 3+\lambda=3+2t \dots\dots\dots(1) \\ 1+2\lambda=3+t \dots\dots\dots(2) \\ 3-\lambda=t \dots\dots\dots(3) \end{cases} \text{ نحل الجملة}$$

بجمع (1) و (3) نجد $6=3+3t$

ومنه $t=1$ بالتعويض فى المعادلة (3) نجد $\lambda=2$

$$(D'): \begin{cases} x=5 \\ y=4 \\ z=1 \end{cases} \text{ بالتعويض } t=1 \text{ و نجد}$$

$$(D): \begin{cases} x=5 \\ y=5 \\ z=1 \end{cases} \text{ بالتعويض } \lambda=2 \text{ نجد و}$$

إذن (D) و (D') ليس لهما نقطة مشتركة فهما غير متقاطعان .

ومنه المستقيم (D) و المستقيم (D') غير متقاطعان فهما ليسا من نفس المستو

و الإجابة الصحيحة هي ج

منتديات ثانويات ولاية تيبازة التعليمية
سلسلة الحجاج في الرياضيات محور الهندسة في الفضاء
من إعداد السيد حجاج براهيم

5- مجموعة النقط M متساوية البعد بين النقطتين A و B

مجموعة النقط M متساوية البعد بين النقطتين A و B يكافئ $MA = MB$
مجموعة النقط M هي مستو محوري للقطعة $[AB]$ الذي شعاعه الناظمى \vec{AB} و
يشمل I منتصف القطعة $[AB]$

لدينا $\vec{AB} (-9; 1; -2)$ و $I (\frac{3-6}{2}; \frac{1+2}{2}; \frac{3+1}{2})$ ومنه
 $I (\frac{-3}{2}; \frac{3}{2}; 2)$

ومنه المعادلة الديكارتية للمجموعة النقط M من الشكل $\vec{IM} \cdot \vec{AB} = 0$

لدينا $\vec{IM} \cdot \vec{AB} = 0$ ومنه

$$(x + \frac{3}{2}) \times (-9) + (y - \frac{3}{2}) \times (1) + (z - 2) \times (-2) = 0$$

$$-9x - \frac{27}{2} + y - \frac{3}{2} - 2z + 4 = 0$$

$$-9x + y - 2z - 15 + 4 = 0$$

$$-9x + y - 2z - 11 = 0$$

$$9x - y + 2z + 11 = 0$$

ومنه المعادلة الديكارتية للمجموعة النقط M هي $9x - y + 2z + 11 = 0$

الإجابة الصحيحة هي ب

تم بحمد الله وفضله

الهم إجله في ميزان حسنات كل من ساهم في هذا العمل و من نشره ونقله وأفاد به غيره أمين