

العلامة ..		عناصر الإجابة	مواور الموضوع
كاملة	مجزأة		
06 ن	01 ن	<p>(1) $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n : 3u_{n+1} = u_n + 4$.</p> <p>(أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n \leq 2$.</p> <p>من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = -1 \leq 2$</p> <p>نفرض أن $u_n \leq 2$ ونبرهن أن $u_{n+1} \leq 2$</p> <p>$u_n \leq 2$ تكافئ $u_n + 4 \leq 6$ ومنه $\frac{u_n + 4}{3} \leq 2$ أي $u_{n+1} \leq 2$</p> <p>إذن لكل عدد طبيعي n ، يكون $u_n \leq 2$.</p> <p>(ب) إثبات أن المتتالية (u_n) متزايدة:</p> <p>$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n + 4}{3} - u_n = \frac{-2u_n + 4}{3} \geq 0$ ومنه (u_n) متزايدة .</p> <p>(ج) (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة .</p> <p>(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = u_n - 2$</p> <p>(أ) $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{u_n + 4}{3} - 2 = \frac{u_n - 2}{3} = \frac{1}{3}v_n$</p> <p>نستنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0 = -3$.</p> <p>(ب) عبارة الحد العام v_n بدلالة n : $v_n = v_0 \times q^n = -3 \left(\frac{1}{3}\right)^n$</p> <p>عبارة الحد العام u_n بدلالة n : $u_n = v_n + 2 = 2 - 3 \left(\frac{1}{3}\right)^n$</p> <p>(ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$</p> <p>(د) $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n + 2(n+1)$</p> <p>$= -\frac{9}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + 2(n+1)$</p>	التمرين الأول
	01 ن		
	0.5 ن		
	01 ن		
	0.5 ن		
	0.5 ن		
	0.5 ن		
	01 ن		

التمرين
الثاني

ن 06

ن 02

(1) تمثيل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i; y_i)$

ن 0.75

(2) إحدائي النقطة المتوسطة $G(2000; 1,5)$.

ن 0.25

تعليم النقطة $G(2000; 1,5)$.

ن 01.5

$$a = \frac{\left(\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{2,12}{40,89} = 0,05 \quad (3)$$

ن 0.5

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1,5 - 0,05 \times 2000 = -98,5$$

ن 0.5

ومنه المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: $y = 0,05x - 98,5$.

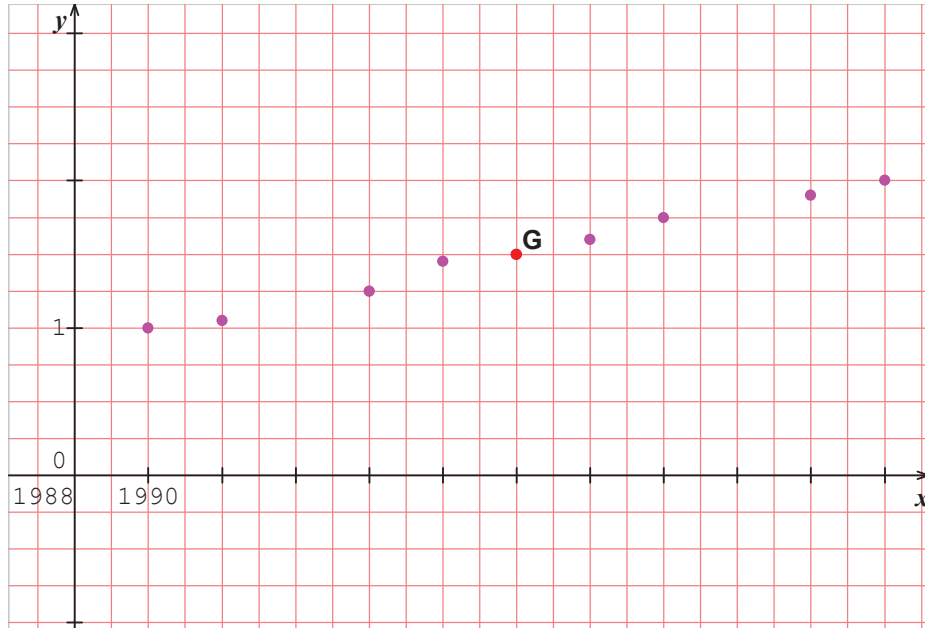
(4) رقم أعمال المؤسسة في سنة 1994 هو $0,05(1994) - 98,5 = 1,2$

و في سنة 1994 هو $0,05(2015) - 98,5 = 2,25$

ن 0.5

$$(5) \quad 0,05x - 98,5 = 1,8 \quad \text{يكافئ} \quad x = \frac{100,3}{0,05} = 2006$$

إذن في سنة 2006 رقم أعمال المؤسسة 1,8 مليون دينار .



التمرين
الثالث

ن 08

ن 0.5

$$g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x \quad (1)$$

$$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x} \quad \text{أ) اتجاه تغيرات الدالة } g$$

ن 01

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

0.5 ن

ب) إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) > 0$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x} \quad (2)$$

0.5 ن

أ) لكل $x \in]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

اتجاه تغير الدالة f :

0.5 ن

الدالة متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

0.5 ن

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

0.5 ن

التفسير البياني: المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الترتيب معادلته

$$x = 0$$

0.5 ن

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{2x} \right) = 0$$

0.5 ن

التفسير البياني: المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) معادلته $y = \frac{1}{2}x$

0.5 ن

د) جدول تغيرات الدالة f .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

02 ن

هـ) إنشاء المستقيم (D) والمنحنى (C).

