

الاستدلال بالترابع

Raisonnement par récurrence

تمرين 1

برهن بالترابع أنه:

- 1- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2 + 5 + 8 + \dots + 3n + 2 = \frac{(n+1)(3n+4)}{2}$
- 2- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \times 2^2 + 2 \times 4^2 + 3 \times 6^2 + \dots + n(2n)^2 = [n(n+1)]^2$
- 3- من أجل كل عدد طبيعي $n > 0$ فإن: $1 \times 2^0 + 4 \times 2^1 + 7 \times 2^2 + \dots + (3n-2)2^{n-1} = 5 + (3n-5)2^n$
- 4- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 + \alpha^1 + \alpha^2 + \dots + \alpha^n = \frac{\alpha^{n+1} - 1}{\alpha - 1}$ ($\alpha \neq 1$)
- 5- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 - 7^n$ مضاعف للعدد 6.
- 6- من أجل كل عدد طبيعي $n > 0$ فإن: $3^{4n} - 3^{3n} - 3^{2n} - 3^n$ مضاعف للعدد 13.
- 7- من أجل كل عدد طبيعي $n > 1$ فإن: $4^n > 3n + 1$
- 8- من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ نذكر أن: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n \leq 2^n$.

تمرين 2

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)e^x$

- 1- عين f' ، f'' ، f''' ، $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f .
- 2- أعط تخميناً للمشتقة النوني للدالة f ولتكن $(f^{(n)}(x))$ ، حيث n عدد طبيعي غير معروف.
- 3- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ فإن: $f^{(n)}(x) = (x+n+1)e^x$

تمرين 3

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{1}{x^2}$

- 1- عين f' ، f'' ، f''' ، $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f .
- 2- أعط تخميناً للمشتقة النوني للدالة f ولتكن $(f^{(n)}(x))$ ، حيث n عدد طبيعي غير معروف.
- 3- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ فإن: $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot (n+1)!}{x^{n+2}}$