

التمرين الأول : (5 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بحدها الأول $U_0 = \frac{2}{3}$ و من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $U_{1+n} = \frac{3}{2}U_n + \frac{1}{4}$.

و لتكن (V_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = -2U_n - 1$.

1- احسب V_2 ، V_1 ، V_0 ، U_2 ، U_1 .

2- برهن أن (V_n) متتالية هندسية معيننا أساسها .

3- احسب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

4- احسب كل من المجموعتين : $S_1 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ ؛ $S_2 = U_0 + U_1 + \dots + V_n$

5- احسب الجداء $P = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n \dots V_n$.

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نرفق بكل عدد مركب Z يختلف عن $-i$ العدد المركب $Z' = \frac{Z-i}{Z+i}$. نضع $Z = x + iy$ و M نقطة من

المستوي لاحتقتها Z .

1- احسب كل من $\text{Re}(Z')$ و $\text{Im}(Z')$.

2- عيّن E مجموعة النقط M بحيث يكون Z' تخيلي صرف .

3- عيّن F مجموعة النقط M بحيث يكون $\arg(Z') = \frac{\pi}{4}$.

4- نضع $Z = \sqrt{3}$. احسب Z'^{2010} .

التمرين الثالث : (10 نقاط)

1- لتكن g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = x - 1 + \ln x$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$.

(2) احسب نهايات الدالة g على أطراف مجموعة التعريف .

(3) احسب $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة بالعلاقة : $f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x$. (C_f) تمثيلها البياني .

(1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x) = \ln x - \frac{1}{x} \ln x$.

(5) عيّن الدالة المشتقة للدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ حيث : $h(x) = x \ln x - x$

ثم استنتج دالة أصلية للدالة f .

(6) ادرس إشارة الدالة f .

(7) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$x=1$ و $x=e$ و $y=0$.