

التمرين الأول : (5 نقاط)

نعتبر العدد المركب Z حيث : $Z = \frac{-1-i}{\sqrt{3}+i}$

- 1- اكتب Z على الشكل الجبري .
- 2- اكتب Z على الشكل المثلثي ثم الأسّي .
- 3- استنتج $\cos \frac{13\pi}{12}$ ، $\sin \frac{13\pi}{12}$ (تعطى القيم المضبوطة) .
- 4- اكتب على الشكل الأسّي الأعداد المركبة : Z^{2010} ، $\frac{1}{Z}$ ، \bar{Z} .
- 5- احسب Z^{12} ثم استنتج أن Z^{12k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته :

$-x + 4y + 3z = 0$ والنقط $A(-1 ; 2 ; -1)$ ، $B(\alpha ; 4 ; 1)$ ، $C(0 ; -2 ; -1)$ حيث α عدد حقيقي .

- 1- عيّن α حتى تكون B نقطة من المستوي π الذي معادلته : $4x + y - z + 1 = 0$.
- 2- نفرض $\alpha = -1$: تحقق أن النقط A و B و C ليست في استقامية وأن المستوي (ABC) هو (π) .
- 3- تحقق أن (P) و (π) متعامدان .
- 4- عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (π) .
- 5- احسب المسافة بين C و (Δ) .

التمرين الثالث : (10 نقاط)

I دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$.

- 1- احسب نهايات الدالة g عند طرفي مجموعة التعريف .
- 2- ادرس اتجاه تغير الدالة g .
- 3- استنتج إشارة الدالة g .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ حيث : $f(x) = 2x + 2 + \frac{\ln x}{x}$.

. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{o})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

* شل جدول تغيرات الدالة f .

3- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 2)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى (C_f) .

* ادرس وضعية المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

4- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$.

5- أنشئ (C_f) .

6- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معدلاتها :

. $x = e^2$ و $x = 1$ و $y = 2x + 2$.