

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط)

النقطتان A_0 و B_0 من المستوي بحيث $A_0B_0 = 8$ (الوحدة هي السنتيمتر)

التشابه المباشر S الذي مركزه النقطة A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ و زاوية له $\frac{3\pi}{4}$

نعرف متتالية النقط (B_n) ب: من أجل كل عدد طبيعي n : $B_{n+1} = S(B_n)$

(1) أنشئ النقط : B_1, B_2, B_3, B_4

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان

(3) نعرف المتتالية (u_n) ب: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = B_nB_{n+1}$

(أ) أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(ب) جد عبارة u_n بدلالة n و u_0

(ج) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، جد $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(4) (أ) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة : $3x - 4y = 2$

(ب) المستقيم (Δ) العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، جد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون

النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ)

التمرين الثاني:(05نقاط)

1 نعطي في مجموعة الأعداد المركبة العبارة $P(z) = z^3 + (-8+i)z^2 + (25-8i)z + 25i$:

1- أ- تحقق أن $p(-i) = 0$

ب- جد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$

ج- حل في \square المعادلة : $p(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(0; \bar{u}; \bar{v})$ ، النقط $A; B; C$ و D هي صور الأعداد المركبة

$z_A = 1$ ، $z_B = -i$ ، $z_C = 4 + 3i$ و $z_D = 4 - 3i$ على الترتيب.

من أجل كل نقطة M تختلف عن A لاحقتها Z نرفق النقطة M' لاحقتها Z' حيث $Z' = \frac{-iZ + 4i - 3}{Z - 1}$

أ- تحقق أن $z' + i = \frac{-3 + 3i}{z - 1}$

ب- بين أن $AM \times BM' = 3\sqrt{2}$ و $(\bar{u}; \overline{AM}) + (\bar{u}; \overline{BM'}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح

ج- عين (∂) مجموعة النقط M من المستوي حيث $z' + i = 3e^i$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1- وخمس كريات سوداء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، 1- لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .
I. نعطي الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط" .
B : "الحصول على كرية بيضاء على الأقل"
C : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون"
D : "الحصول على اللونين الأبيض والأسود"
F : "مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0" .

- 1- أحسب احتمال الأحداث A ، B و C .
- 2- بين أن : $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ و $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.
- 3- إذا كان مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 0 ما هو احتمال أن تكون الكريات الثلاث من نفس اللون ؟
II. نعطي المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة .
عين قيم المتغير العشوائي X عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(1) الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln(x)$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,83 < \alpha < 1,84$. أستنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(2) الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2 \ln(x)}{x^2 + x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) الوحدة 2cm

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$

. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ج- بين أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$. ثم أنشئ كل من المماس (T) و المنحني (C_f) .

(4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

(5) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، أن : $\frac{\ln(x)}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{\ln(x)}{x}$

ب- أحسب $I = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln(x)}{x} dx$. ثم باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $J = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$

ج- استنتج حصرا للعدد K حيث : $K = \int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$.

(6) المساحة A الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلاتهما : $x = 1$ و $x = \frac{3}{2}$

أكتب A بدلالة K . ثم استنتج قيمة مقربة بـ : cm^2 للمساحة A .

انتهى الموضوع الأول

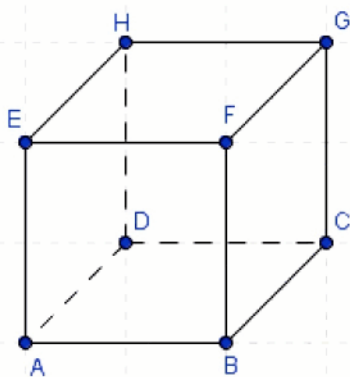
الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

- (1) نعطي المعادلة (E) ذات المجهول $(n; m)$: $11n - 24m = 1$ حيث n و m عدنان صحيحان. جد الحل الخاص $(n_0; m_0)$ للمعادلة (E) ثم استنتج حلول المعادلة (E).
- (2) بين أن 9 يقسم كل من $10^{11} - 1$ و $10^{24} - 1$.
- (3) بين أن $9 = 10(10^{24m} - 1) - (10^{11n} - 1)$ حيث $(n; m)$ احد حلول المعادلة (E) من الأعداد الطبيعية.
- (4) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و من اجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ بين أن $(x-1)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) = x^n - 1$
- (ب)-بين أن $10^{11} - 1$ يقسم $10^{11n} - 1$ و أن $10^{24} - 1$ يقسم $10^{24m} - 1$
- (ج)- اثبت انه يوجد عدنان صحيحان M و N بحيث $(10^{11} - 1)N - (10^{24} - 1)M = 9$.
- (5) اثبت أن كل قاسم مشترك لـ $10^{24} - 1$ و $10^{11} - 1$ يقسم 9. ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر PGCD لكل من $10^{24} - 1$ و $10^{11} - 1$

التمرين الثاني: (04 نقاط) :

المكعب $ABCDEFGH$ طول ضلعه 1, I منتصف القطعة $[EF]$ و J نظيرة النقطة E بالنسبة للنقطة F



ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(A; \overline{AB}; \overline{AD}; \overline{AE})$

- (1) أ) عين إحداثيات النقطتين I و J
- ب) تحقق أن الشعاع \overline{DJ} ناظمي على المستوي (BGI)
- ج) استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (BGI)
- د) أحسب المسافة بين F و المستوي (BGI)
- (2) نضع المستقيم (Δ) المار من F و العمودي على المستوي (BGI)
- أ) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)
- ب) بين أن المستقيم (Δ) يشمل النقطة K مركز الوجه $ADHE$

ج) بين أن المستقيم (Δ) و المستوي (BGI) يتقاطعان في النقطة P إحداثياتها $(\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6})$

د) هل النقطة P هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث BGI ? علّل إجابتك.

(3) عين معادلة سطح الكرة (S) الموجودة داخل المكعب $ABCDEFGH$ والتي تماس أوجهه الستة.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. أ) عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $L = 2 + 2i\sqrt{3}$

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $(z^2 - 2 - 2i\sqrt{3})(z^2 + 1) = 0$

2. نعطي النقط A, B, C, D من المستوي لواحها علي الترتيب $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \sqrt{3} - i, z_C = i, z_D = 1$

أقلب الورقة

(أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ علي الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

(ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتي يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيليا صرفا

3. (أ) عين عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول النقطة B الي النقطة C محددا عناصره المميزة (ب) عين و انشئ القطعة $[B'C']$ صورة القطعة المستقيمة $[BC]$ بالتشابه S مستنتجا مساحة المثلث $AB'C'$

4. (أ) عين (ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحقة z بحيث يكون: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

(ب) عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحقة z بحيث: $z = -3 - 2i - ke^{\frac{i\pi}{4}}$ مع $k \in R^+$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I:

نعطي المعادلة التفاضلية: $y' + y = e^{-x}$... (E)

1. بين أن الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بـ $u(x) = xe^{-x}$ حل للمعادلة (E)

2. حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 0$... (E₀)

3. بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للاشتقاق على \mathbb{R} تكون حلا للمعادلة (E₀)

إذا وفقط إذا كانت $v + u$ حلا للمعادلة (E) - استنتج جميع حلول المعادلة (E).

4. عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

II:

للدالة f_k المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f_k(x) = (x+k)e^{-x}$ و k عدد حقيقي

نرمز بـ (\mathcal{C}_k) إلى تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2. احسب من أجل كل عدد حقيقي x : f'_k ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k

III:

المتتالية (I_n) المعرفة بـ $I_0 = \int_{-2}^0 e^{-x} dx$ و من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$: $I_n = \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx$

1. أ- احسب القيمة المضبوطة لـ I_0 .

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $I_{n+1} = (-2)^{n+1} e^2 + (n+1)I_n$

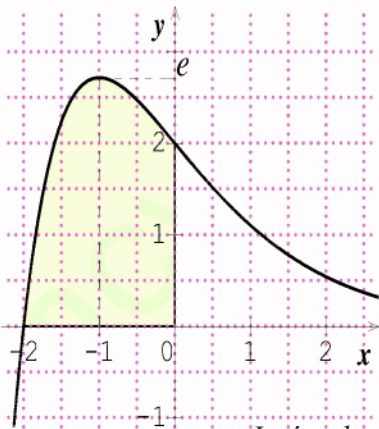
ج- استنتج القيم المضبوطة لـ I_1 و I_2 .

2. التمثيل البياني الموالي (\mathcal{C}_k) هو لدالة f_k المعرفة في الجزء II.

أ- باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل، عين قيمة k المرفقة بالمنحنى (\mathcal{C}_k) .

ب- المساحة S للجزء المظلل (مقدرة بوحدة المساحات).

عبر عن S بدلالة I_0 و I_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S .



انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق صح رمضانكم وصح فطوركم