



التمرين الأول:

$f(x) = \sqrt{\frac{x}{e}}$  دالة معرفة على  $[0, +\infty[$  بـ :

- (1) ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم عين نقط تقاطع  $(C_f)$  مع  $(\Delta)$  (المنصف الأول).
- (2) لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة على  $N^*$  حدها الأول  $U_1 = e^2$  و كل حدودها موجبة تماماً و من اجل كل  $n \geq 1$  :  $e(U_n)^2 = U_{n-1}$   
أ - برهن انه من اجل كل  $n \in N^*$  :  $U_n > \frac{1}{e}$

ب - ادرس اتجاه تغير  $(U_n)$  . - ماذا تستنتج ؟ احسب  $\lim U_n$

(3) لتكن المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $n \in N^*$  بـ :  $V_n = \frac{1 + \ln(U_n)}{2}$  .

أ - برهن أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

ب - اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم ادرس تقارب  $(U_n)$  .

(4) احسب :  $S = V_1 + V_2 + \dots + V_n$  و  $P = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$

التمرين الثاني:

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 3 مرات متتالية. ( القطعة فيها وجه  $F$  و ظهر  $P$  ) .

(1) أ - احسب احتمال الحصول على ثلاث أوجه .

ب - احسب احتمال الحصول على وجه في الرمية الثالثة .

(2) نسمي  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية عدد الأوجه المحصل عليه.

- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$  .

- احسب الانحراف المعياري  $\sigma(X)$  .

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

أ - تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب - بين أن الدالة  $f$  فردية ثم أحسب نهايات الدالة  $f$  .

(1) أ - بين أن:  $f'(x) = -\frac{1}{2} \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$  ثم شكل جدول التغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}^+$  .

ج - استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $1 - \frac{1}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

(2) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \left( 1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$  ثم فسر هندسيا هذه النتيجة .

(3) أنشئ بدقة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  المنحنى  $(C_f)$  .

(4) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  كما يلي :  $u_0 = 1$  ،  $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$

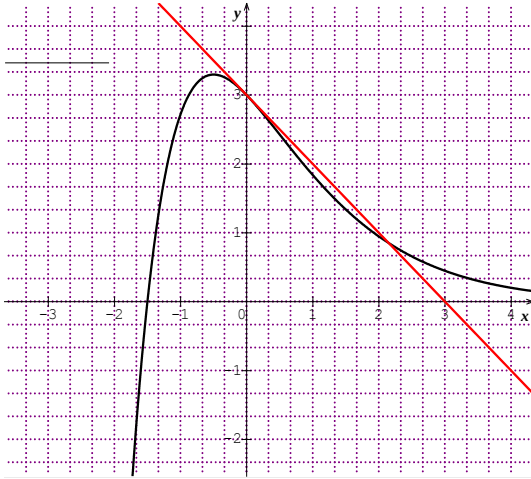
أ - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 0$

ب - تحقق باستعمال السؤال 2 - ج أن :  $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$  ثم استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة .

ج - بين أن :  $u_n \leq \left( \frac{1}{2} \right)^n$  حيث  $n \in \mathbb{N}$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

### التمرين الرابع:

المنحنى  $(C)$  في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة  $f$  المعرفة على  $R$  بـ :  $f(x) = e^{-x}(ax + b)$



حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان . المنحنى  $(C)$  يقبل عند النقطة التي فاصلتها  $\left(-\frac{1}{2}\right)$  مماسا يوازي محور الفواصل ويقبل عند

النقطة  $A(0;3)$  مماسا  $(\Delta)$  يمر بالنقطة  $B(3;0)$

(1) أ - بقراءة بيانية عين  $f\left(-\frac{3}{2}\right)$  ،  $f(0)$  و  $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$  .

ب - أحسب  $f'(0)$  ثم عين معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  .

ج - أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $f(x) = e^{-x}(2x + 3)$

(2) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $R$  بـ :  $h(x) = 1 - e^{-x}(2x + 1)$

أ - أدرس تغيرات الدالة  $h$  .

ب - أثبت أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلان أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $1 < \alpha < 2$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$  .

(3) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  بـ :  $g(x) = e^{-x}(2x + 3) + x - 3$

أ - أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $g'(x) = h(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .  $(g(\alpha) = -0.6)$

ب - أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  ينتمي إلى المجال  $[\alpha; +\infty[$  ثم تحقق أن :  $2 < \beta < 3$

ج - استنتج إشارة  $g(x)$  ثم حدد وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .