



السنة الدراسية: 2024/2023

المستوى: الثالث ثانوي علوم تجريبية

المدة: ساعتان

الفرض الأول للفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_1

(1) أحسب حدها الثاني U_2 علما أن: $U_1 + U_3 = 12$

(2) أحسب حدها الرابع U_4 علما أن: $U_3 + U_4 + U_5 = 30$

(3) عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول U_1

(4) أكتب الحد العام U_n بدلالة n ثم عين n بحيث يكون: $U_n = 32$

(5) أحسب: $S = U_4 + U_5 + \dots + U_{15}$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = 4$ و العلاقة التراجعية: $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3$

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n < 5$

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}(5 - U_n)$

استنتج اتجاه تغير (U_n) و تقربها

(3) (V_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = 5 - U_n$

أ- أثبت أن (V_n) هندسية يطلب أساسها و حدها الأول.

ب- أكتب V_n بدلالة n

ج- استنتج U_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(4) نضع: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

$W_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$

أ- أحسب S_n بدلالة n و استنتج W_n بدلالة n

ب- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

$$h(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أحسب $h(1)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

ثم استنتج اتجاه تغير f

ب- شكل جدول تغيرات f

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أن المستقيم (D) ذي المعادلة: $y = x - 1 - e^{-1}$ يمس (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها.

(5) أرسم (Δ) ، (D) ، و (C_f)

بالتوفيق