تصـحيح إمتحـــــــــــان بكالوريا التــــــــــــعليم الثانوي

الشعبة : آداب و فلسفة ، لغات أجنبية

إعداد الأستاذ : بلفاطمي محمد سفيان

الموضوع الأول :

التمرين الأول (6 نقاط)

1) تعيين باقي قسمة الأعداد a ، b و c على 5

$a = 2016 = 5(403)+1$ و منه $a \equiv 1[5]$ و بالتالي باقي قسمة عدد a على 5 هو 1

$b = 1437 = 5(287)+2$ و منه $b \equiv 2[5]$ و بالتالي باقي قسمة عدد b على 5 هو 2

$c = 1954 = 5(390)+4$ و منه $c \equiv 4[5]$ و بالتالي باقي قسمة عدد c على 5 هو 4

$a \equiv 1[5]$ ، $b \equiv 2[5]$ و $c \equiv 4[5]$

2) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a+b+c$ و $a\times b\times c$ و b^4 على 5

لدينا : $a+b+c \equiv 1+2+4[5]$ ومنه $a+b+c \equiv 7[5]$ نجد $a+b+c \equiv 2[5]$ و منه باقي قسمة هو 2 .

لدينا : $a\times b\times c \equiv 1\times 2\times 4[5]$ ومنه $a+b+c \equiv 8[5]$ نجد $a+b+c \equiv 3[5]$ و منه باقي قسمة هو 3.

لدينا : $b \equiv 2[5]$ ومنه $b^4 \equiv 2^4[5]$ نجد $b^4 \equiv 16[5]$ و منه يكون $b^4 \equiv 1[5]$ و منه باقي قسمة هو 1.

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي a ، $b^{4n} \equiv 1[5]$

لدينا $b^4 \equiv 1[5]$ و منه $\left(b^4\right)^n \equiv (1)^n[5]$ نجد $b^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتاج أن العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5 .

لدينا $2016 = 4\times 504$ و منه $b^{4(504)} \equiv 1[5]$ و منه $b^{4(504)}-1 \equiv 1-1[5]$ نجد $b^{4(504)}-1 \equiv 0[5]$.

4) أ) تحقق أن $c \equiv -1[5]$

لدينا $c \equiv 4[5]$ و منه $c \equiv 4-5[5]$ نجد $c \equiv -1[5]$.

ب) إثبات أن $c^{1438}+c^{2017} \equiv 0[5]$.

لدينا $c^{1438}+c^{2017} \equiv (-1)^{1438}+(-1)^{2017}[5]$ و منه $c^{1438}+c^{2017} \equiv 1-1[5]$ نجد $c^{1438}+c^{2017} \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني (6 نقاط)

1) إثبات أن أساس المتتالية (u_0) هو 4 و حدها الأول هو 5 .

لدينا $\frac{u_3}{u_1} = q^{3-1}$ و منه $q^2 = \frac{320}{20}$ نجد $q^2 = 16$ ومنه ($q = \sqrt{16}$ مقبول أو $q = -\sqrt{16}$ مرفوض)

بالتالي قيمة أساس هي $q = 4$.

و حدها الأول u_0 حيث : $u_1 = u_0 \times q$ بتعويض $u_0 \times 4 = 20$ يكون $u_0 = \frac{20}{4}$ إذن $u_0 = 5$.

ملاحظة : بما قدمت قيمة $q = 4$ و $u_0 = 5$ في معطيات فيمكن لتلاميذ أن يحسب قيمة u_1 و u_3 مباشرة

$u_1 = u_0 \times q = 5\times 4 = 20$ و $u_3 = u_0 \times q^3 = 5\times 4^3 = 5\times 64 = 320$

2) كتابة عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n : $u_n = u_0 \times q^n = 5 \times 4^n$

استنتاج قيمة حد السابع: حد السابع هو u_6 حيث: $u_6 = u_0 \times q^6 = 5 \times 4^6 = 5 \times 4^6 = 5 \times 4096 = 20480$

3) أ) حساب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + ... + u_n$

$$S = u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \times \left[\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right] = 5 \times \left[\frac{1-4^{n+1}}{1-4}\right] = \frac{-5}{3}\left(1-4^{n+1}\right)$$

ب) استنتاج قيمة S' حيث $S' = u_0 + u_1 + ... + u_6$

$$S' = u_0 + u_1 + ... + u_6 = \frac{-5}{3}\left(1-4^{6+1}\right) = \frac{-5}{3}\left(1-4^7\right) = \frac{-5}{3}(1-16384) = 27305$$

التمرين الثالث (8 نقاط)

1) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$.

$$2 + \frac{1}{2x-2} = \frac{2(2x-2)}{2x-2} + \frac{1}{2x-2} = \frac{4x-4}{2x-2} + \frac{1}{2x-2} = \frac{4x-4+1}{2x-2} = \frac{4x-3}{2x-2} = f(x)$$

2) أ) حساب النهايات : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = 2 - \infty = -\infty$ ، $\lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = 2 + \infty = +\infty$ ،

ب) المستقيمات المقاربة : $x = 1$ و $y = 2$

بما أن $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 2$ فإن $y = 2$ خط مقارب أفقي بجوار $\pm\infty$.

بما أن $\lim_{x \to 1} f(x) = \pm\infty$ فإن $x = 1$ خط مقارب عمودي .

3)أ) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$

$$f'(x) = \frac{(4x-3)'(2x-2) - (2x-2)'(4x-3)}{(2x-2)^2} = \frac{4(2x-2) - 2(4x-3)}{(2x-2)^2} = \frac{8x-8-8x+6}{(2x-2)^2} = \frac{-2}{(2x-2)^2}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f : لدينا $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2} \prec 0$ ومنه الدالة متناقصة تماما .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 2$

4) إيجاد إحداثيات نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:

محور الفواصل (xx') : $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ و منه $f(x) = 0$ و منه $\frac{4x-3}{2x-2} = 0$ نجد $4x - 3 = 0$ و بالتالي $x = \frac{3}{4}$.

و منه $\left(C_f\right)\cap(xx')=\left\{\left(\frac{3}{4};0\right)\right\}$.

محور الترتيب (yy') : $\begin{cases} y=f(x) \\ x=0 \end{cases}$ و منه $y=f(0)$ و منه $y=\frac{4(0)-3}{2(0)-2}$ نجد $y=\frac{3}{2}$.

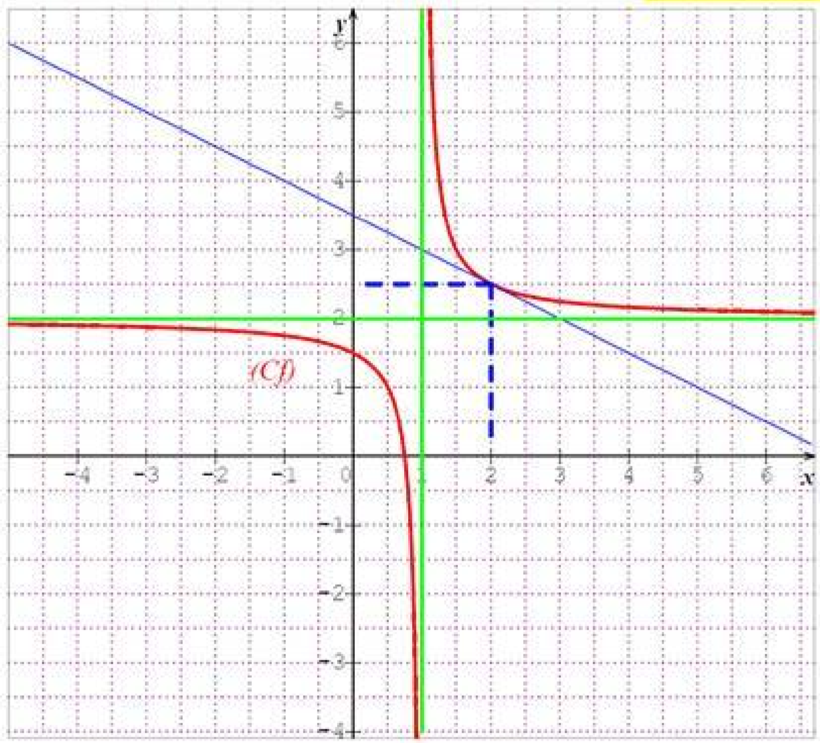
و منه $\left(C_f\right)\cap(yy')=\left\{\left(0;\frac{3}{2}\right)\right\}$.

5) كتابة معادلة المماس (Δ) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

لدينا : $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ مع علم أن $f(2)=\frac{4(2)-3}{2(2)-2}=\frac{8-3}{4-2}=\frac{5}{2}$ و $f'(2)=\frac{-2}{(2\times 2-2)^2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

ومنه $y=-\frac{1}{2}(x-2)+\frac{5}{2}$ نجد $y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$.

6) رسم (Δ) و $\left(C_f\right)$



الموضوع الثاني :

التمرين الأول (6 نقاط)

1) تعيين الأساس r للمتتالية (u_n).

$\begin{cases} u_3 + u_7 = 50 \\ u_0 = -5 \\ u_3 = u_0 + 3r = -5 + 3r \\ u_7 = u_0 + 7r = -5 + 7r \end{cases}$ و منه $u_3 + u_7 = 50$ بالتعويض $-5 + 3r + -5 + 7r = 50$ ومنه $10\,r - 10 = 50$

ومنه $10\,r = 50 + 10$ ومنه $10\,r = 60$ نجد $r = 6$

2) إثبات أن من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n = 6n - 5$

$u_n = u_0 + nr = -5 + n(6) = 6n - 5$

3) إثبات أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n).

لدينا $u_n = 2017$ و منه $6n - 5 = 2017$ و بالتالي $6n = 2017 + 5$ نجد $n = 337$ و منه $u_{337} = 2017$ رتبتها 338.

4) حساب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + ... + u_n$

$$S = u_0 + u_1 + ... + u_n = (u_0 + u_n)\frac{n+1}{2} = (-5 + 6n - 5)\frac{n+1}{2} = (6n - 10)\frac{n+1}{2} = 2(3n-5)\frac{n+1}{2} = (3n-5)(n+1)$$

التمرين الثاني (6 نقاط)

1) تعيين باقي قسمة الاعداد a ، b و c على 7

لدينا $a \equiv -5[7]$ ومنه $a \equiv -5 + 7[7]$ فنجد $a \equiv 2[7]$ ، باقي قسمة a على 7 هو 2 .

لدينا $b = 1966$ ومنه $b = 7 \times 280 + 6$ فنجد $b \equiv 6[7]$ ، باقي قسمة b على 7 هو 6 .

لدينا $c = 2017$ ومنه $c = 7 \times 288 + 1$ فنجد $c \equiv 1[7]$ ، باقي قسمة c على 7 هو 1 .

2) تحقق أن $b \equiv -1[7]$: $b \equiv 6[7]$ ومنه $b \equiv 6 - 7[7]$ فنجد $b \equiv -1[7]$.

3) إثبات أن العدد $b^{2017} + 3c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7 .

$b^{2017} + 3c^{1438} - 2 \equiv (-1)^{2017} + 3(-1)^{1438} - 2[7]$ ومنه $b^{2017} + 3c^{1438} - 2 \equiv -1 + 3 \times 1 - 2[7]$

فنجد $b^{2017} + 3c^{1438} - 2 \equiv 0[7]$ و منه العدد $b^{2017} + 3c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7 .

4) تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1[7]$.

$2^3 \equiv 8[7]$ ومنه $2^3 \equiv 1[7]$ و بالتالي $(2^3)^k \equiv (1)^k[7]$ نجد $2^{3k} \equiv 1[7]$.

استنتاج أن $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$

لدينا : $2^{3k+1} \equiv 2^{3k} \times 2[7]$ ومنه $2^{3k+1} \equiv 1 \times 2[7]$ نجد $2^{3k+1} \equiv 2[7]$

لدينا : $2^{3k+2} \equiv 2^{3k} \times 2^2[7]$ ومنه $2^{3k+2} \equiv 1 \times 4[7]$ نجد $2^{3k+2} \equiv 4[7]$

5) تعيين قيم العدد الطبيعي n ، حتى يكون $2^n + 3$ قابلا للقسمة على 7 .

$2^n + 3$ قابلا للقسمة على 7 معناه $2^n + 3 \equiv 0[7]$ ومنه $2^n \equiv -3[7]$ ومنه $2^n \equiv -3 + 7[7]$ فنجد $2^n \equiv 4[7]$

ومنه $\begin{cases} 2^n \equiv 4[7] \\ 2^{3k+2} \equiv 4[7] \end{cases}$ قيم هي $n = 3k+2$

التمرين الثالث (8 نقاط)

1) حساب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ،

2)أ) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = (x-2)(x+2)$

$$f'(x) = \frac{1}{3}(3x^2) - 4 = x^2 - 4 = x^2 - (2)^2 = (x-2)(x+2)$$

ب)استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

$f'(x) = 0$ و منه $(x-2)(x+2) = 0$ فإن $\begin{cases} x-2=0 \\ x+2=0 \end{cases}$ نجد $\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$

إذا كان $x \in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ فان $f'(x) \succ 0$ و الدالة f متزايدة

إذا كان $x \in]-2;2[$ فان $f'(x) \prec 0$ و الدالة f متناقصة

$$f(-2) = \frac{1}{3}(-2)^3 - 4(-2) = \frac{-8}{3} + 8 = \frac{-8+24}{3} = \frac{16}{3}$$

$$f(2) = \frac{1}{3}(2)^3 - 4(2) = \frac{8}{3} - 8 = \frac{8-24}{3} = -\frac{16}{3}$$

3) تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{16}{3}$	$\searrow$	$-\frac{16}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

4) حلول في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

$\frac{1}{3}x^3 - 4x = 0 \quad \ldots\ldots \quad \times(3)$ و منه $x^3 - 12x = 0$ ومنه $x(x^2-12) = 0$

$\begin{cases} x=0 \\ x^2-12=0 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x=0 \\ x^2=12 \end{cases}$ نجد $\begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{12} \\ x=-\sqrt{12} \end{cases}$ و بالتالي $\begin{cases} x=0 \\ x=2\sqrt{3} \\ x=-2\sqrt{3} \end{cases}$.

استنتاج نقاط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات

محور الفواصل (xx') : $\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \end{cases}$ و منه $f(x) = 0$ و منه $\begin{cases} x=0 \\ x=2\sqrt{3} \\ x=-2\sqrt{3} \end{cases}$

و منه $(C_f)\cap(xx')=\{(0;0),(2\sqrt{3};0),(-2\sqrt{3};0)\}$.

محور الترتيب (yy') : $\begin{cases} y=f(x)\\ x=0\end{cases}$ و منه $y=f(0)$ و منه $y=0$

و منه $(C_f)\cap(yy')=\{(0;0)\}$.

5) إثبات أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.

لدينا $f'(x)=x^2-4$ و منه $f''(x)=2x$

$f''(x)=0$ و منه $2x=0$ فنجد $x=0$.

x	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	$+$

مع $y=f(0)$

6) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$ مع علم أن $f(0)=0$ و $f'(0)=0-4=-4$

ومنه $y=-4(x-0)+0$ نجد $y=-4x$.

7) رسم (T) و المنحنى للمنحنى (C_f)